EXPERIMENTÁLNÍ A SIMULAČNÍ SADA ÚLOH Z FOTONIKY

Martin Řeřábek, Petr Páta

ČVUT, Fakulta elektrotechnická, katedra Radioelektroniky

Abstrakt

V rámci přípravy nového předmětu Obrazová fotonika byla vytvořena kompletní sada úloh. Každá úloha se skládá z části teoretické, experimentální a simulační. Teoretická část seznamuje studenty s problematikou dané úlohy. Experimentální část rozšiřuje úlohu o příslušná měření v laserové laboratoři včetně jejího typického řešení. Poslední část každé úlohy tvoří simulační aplikace vytvořená pomocí nástroje GUI programového vybavení MATLAB.

1 Úvod

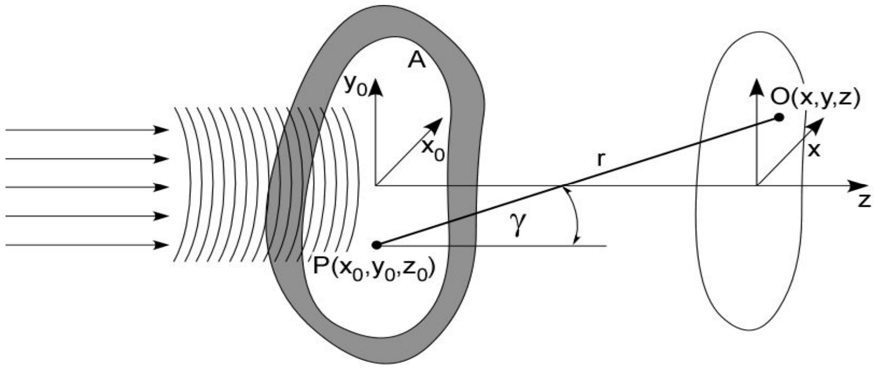
Sada experimentálních a simulačních úloh do předmětu Obrazová fotonika obsahuje dvě úlohy, které popisují základní optické jevy jednoduchých objektivů např. zobrazovací rovnice a optické aberace. Další dvě úlohy se zabývají problematikou světelné difrakce, studiem difrakčních obrazců a Fourierovou optickou transformací včetně způsobů její realizace a možností úprav obrazové informace ve spektru. Poslední pár úloh bezprostředně souvisí s interferenčními jevy – zkoumají interferenční obrazce a popisují základní principy tvorby a rekonstrukce hologramu optickou cestou. Příspěvek se zabývá popisem Fourierovy optické transformace. Uvádí možnosti realizace Fourierovy optické transformace a představuje vzniklou úlohu, demonstrující optickou Fourierovu transformaci.

2 Principy Fourierovy optické transformace

Je-li do cesty světelného záření vložena překážka, můžeme v určité vzdálenosti – záleží na rozměrech překážky A a vlnové délce λ záření – pozorovat difrakční jevy. Jev difrakce neboli rozložení difrakčního obrazce je popsáno vztahem, který je znám pod názvem Huygensův – Fresnelův difrakční integrál [1], [2]

$$U_1(x,y,z) = \frac{jz}{\lambda} U_0(x_0,y_0,z_0) \iint_A \frac{\mathrm{e}^{-jk\sqrt{(x_0-x)^2+(y_0-y)^2+z^2}}}{(x_0-x)^2+(y_0-y)^2+z^2} dA. \quad (1)$$

Tento vztah popisuje souvislost mezi amplitudou výstupní vlny U_1 v bodě o souřadnicích (x,y,z) a amplitudou harmonické kulové vlny U_0 v bodě (x_0,y_0,z_0), která dopadá na aperturu A (viz obr. 1).



Obrázek 1: Geometrie vzniku difrakčního obrazce.

Popis difrakce pomocí Fourierovské optiky

Vstupní aperturu můžeme chápat jako optický dvojrozměrný signály (obraz), který z fyzikálního hlediska nese konečný výkon na konečné oblasti, takže bez problémů splňuje předpoklady existence Fourierovy transformace. Můžeme tedy optický signál, reprezentovaný dvourozměrnou funkcí $f(x, y)$ zapsat jako superpozici dvourozměrných harmonických složek, daných

$$F(\nu_x, \nu_y) \mathrm{e}^{-j2\pi(\nu_x x + \nu_y y)} \tag{2}$$

o různých prostorových frekvencích (ν_x, ν_y) a komplexních amplitudách $F(\nu_x, \nu_y)$. Pro inverzní Fourierovu transformaci platí známý vztah [3]

$$\mathcal{F}^{-1}\left[F(\nu_x, \nu_y)\right] \equiv f(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(\nu_x, \nu_y) \mathrm{e}^{-j2\pi(\nu_x x + \nu_y y)} d\nu_x d\nu_y . \tag{3}$$

Komplexní amplituda $F(\nu_x, \nu_y)$ s frekvencemi (ν_x, ν_y) je

$$\mathcal{F}\left[f(x, y)\right] \equiv F(\nu_x, \nu_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \mathrm{e}^{j2\pi(\nu_x x + \nu_y y)} dx dy. \tag{4}$$

Protože každá rovinná vlna, šířící se pod určitými směrovými úhly odpovídá harmonické složce o příslušných prostorových frekvencích, ukazuje se, že šíření světla ve volném prostoru lze výhodně popsat Fourierovou analýzou.

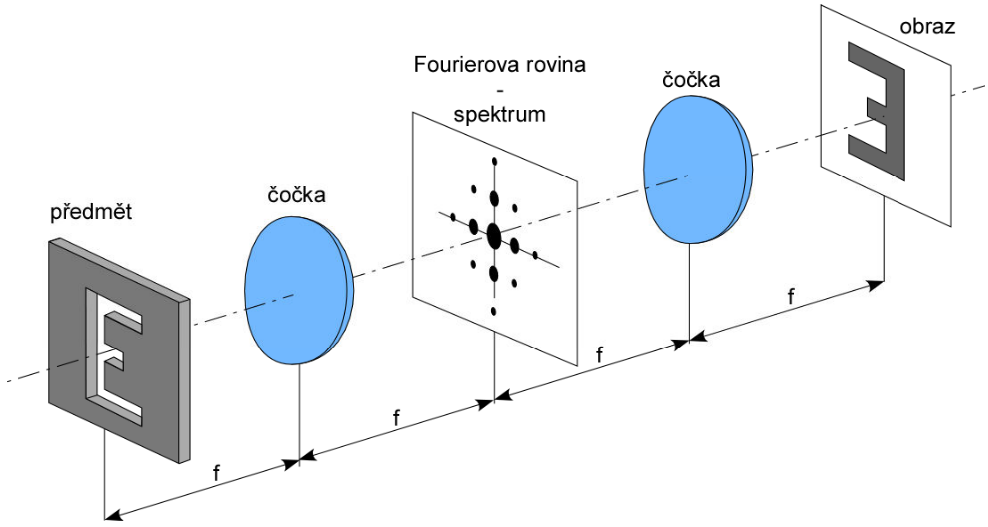
Po splnění určitých podmínek pro rozměry vstupní apertury, vzdálenosti pozorování a oblasti pozorování, které jsou známy jako Fraunhoferova aproximace, lze upravit Huygensův – Fresnelův difrakční integrál na tvar

$$U_1(x, y, z) \approx \frac{j}{\lambda z} \iint_A U_0(x_0, y_0, z = 0) \mathrm{e}^{j\frac{k}{z}[x x_0 + y y_0]} dx_0 dy_0 = \frac{j}{\lambda z} \mathcal{U}_0\left(\frac{x}{\lambda z}, \frac{y}{\lambda z}\right). \tag{5}$$

Pro vzdálené difrakční oblasti je tedy difrakční pole, až na fázový člen, úměrné Fourierově transformaci pole v místě apertury.

Realizace Fourierovy optické transformace

V praxi používáme dvě metody realizace Fourierovy transformace optickou cestou. První metoda optické Fourierovy transformace je založena na platnosti vztahu (5), tj. na faktu, že v dostatečně velké vzdálenosti od roviny transparentu přispívá k výsledné komplexní amplitudě v daném bodě výstupní roviny pouze jediná příslušná rovinná vlna. To znamená, že v dostatečné vzdálenosti od transparentu se Fourierovy komponenty oddělí přirozeným způsobem. Tato metoda se v praxi často nepoužívá, protože platí pouze při splnění Fraunhoferovy aproximace. Druhá metoda, lépe realizovatelná využívá jako Fourierův rozkladový člen tenkou sférickou čočku [1], [2]. Skutečnosti, že jednoduchá spojná čočka umožňuje pozorovat v jejím ohnisku Fourierovské spektrum, lze využít v praxi pro realizaci různých prostorových signálových operací (filtrace, korelace, konvoluce, optická integrace atd.). Při zpracování optické informace často používáme tzv. 4f – systém (viz obr. 2).



Obrázek 2: Zobrazovací systém 4f.

Zpracování obrazové informace ve spektru – filtrace

Jak bylo řečeno, používá se ke zpracovávání obrazové informace ve spektru tzv. 4f – systém. Jedná se o systém, realizující přímou i zpětnou Fourierovu transformaci. První čočka provádí prostorovou Fourierovu transformaci vstupní funkce realizované transparentem tak, že každému bodu ve Fourierově rovině odpovídá jedna prostorová frekvence. Druhá čočka provádí zpětnou Fourierovu transformaci tím, že jednotlivé Fourierovy komponenty spojí. Vytvoří tak dokonalou rekonstrukci počátečního rozložení světla. Nesmíme však opomenout změnit orientaci os v obrazové rovině.

Pomocí tohoto systému nejprve provedeme Fourierovu transformaci zvolené předlohy a získáme spektrum, které můžeme do jisté míry ovlivňovat (zaclonit, ořezat). Upravené spektrum potom převedeme pomocí druhé části optického systému (zpětná Fourierova transformace) opět na obraz, ve kterém můžeme sledovat, jak se náš zásah do spektra projevil.

Fourierova transformace se používá v mnoha užitečných aplikacích, jako jsou například: filtrace šumu, rozlišování objektů – korelační analýza, zviditelnění slabých fázových objektů, spektrální analýza/filtrace, zvýrazňování hran, atd.

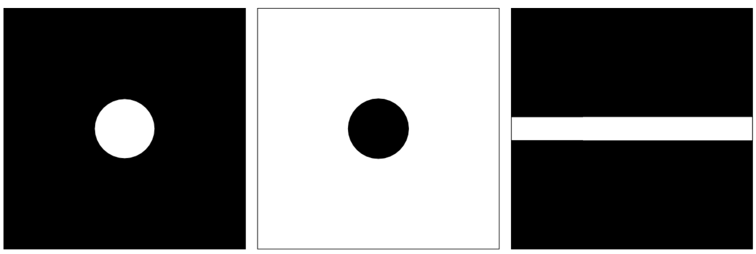
Filtrace ve spektru

Jednou z nejpoužívanějších operací ve spektru je filtrace. Podívejme se na to, jak jednotlivé typy filtrů ovlivňují výsledný obraz.

Dolní propust – prostorový filtr typu dolní propusti propouští prostorové frekvence menší než je určitá mezní frekvence daná velikostí tohoto filtru. V praxi je tento filtr realizován aperturou s kruhovým otvorem. Aplikace tohoto filtru se projeví rozmazáním obrazu, protože vysoké frekvence spojené s detaily obrazu jsou ořezány.

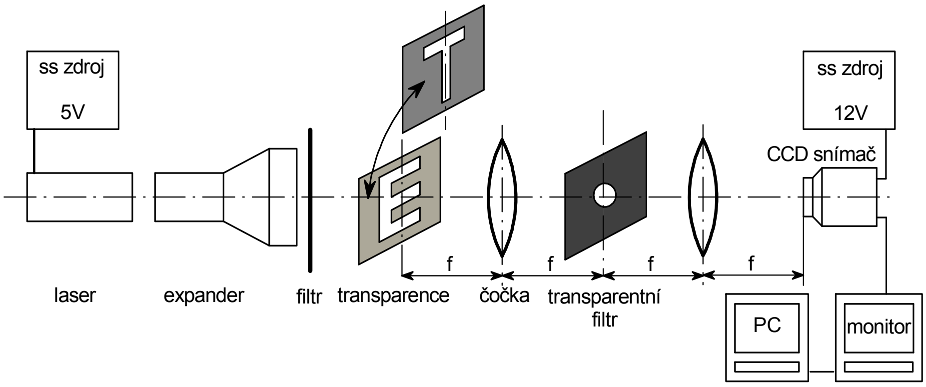
Horní propust – filtr typu horní propusti naopak blokuje nízké frekvence a propouští vysoké. Je realizován průzračnou maskou, která má uprostřed kruhový terčík.

Přizpůsobená filtrace – chceme-li odstranit z obrazu nežádoucí rušení, použijeme filtr uzpůsobený tak, aby zadržel frekvence tohoto rušení. Pokud chceme například odstranit řádkovou strukturu, musíme použít filtr zadržující složky spektra na svislé ose.



Obrázek 3: Dolní, horní a směrový filtr

Uspořádání měřící optické soustavy pro zjišťování tvaru spektra předloh a pro úpravu spektra - filtraci

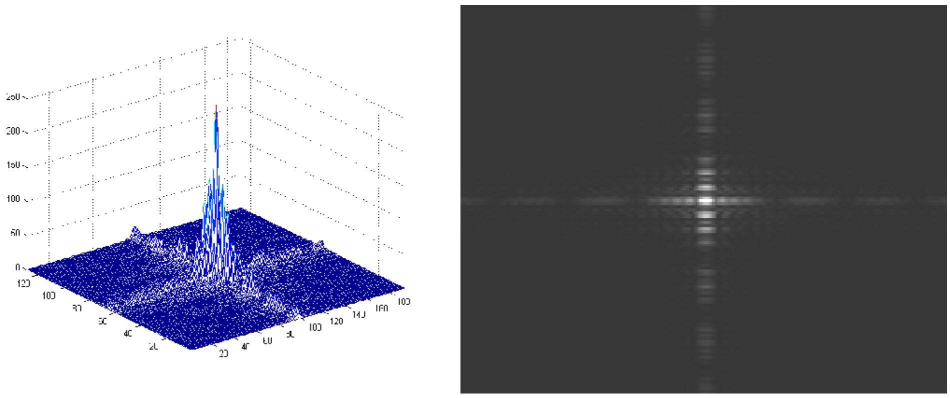


Obrázek 4: Schéma experimentálního pracoviště pro znázornění Fourierovy transformace vybrané transparence pomocí tenké spojné sférické čočky.

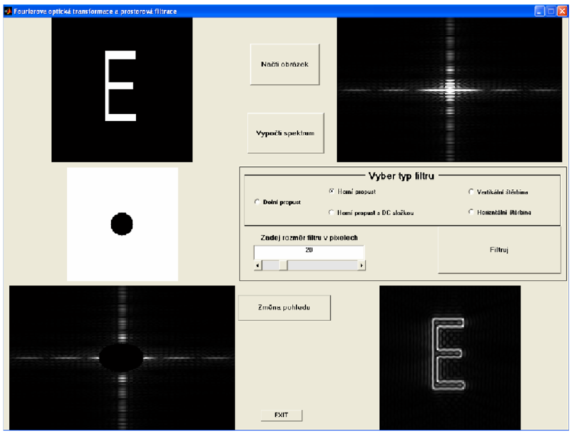
3 Výsledky

Simulace pomocí MATLABu

Obrázek 5: Předloha pro simulace.



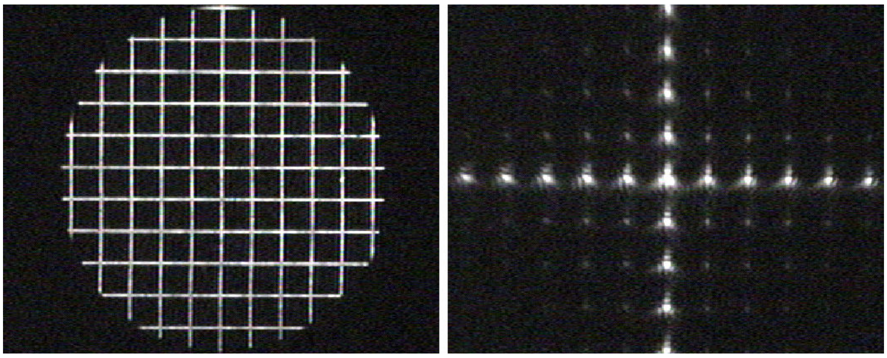
Obrázek 6: Spektrum písmene E – modul a pohled shora – jako výsledek simulace.



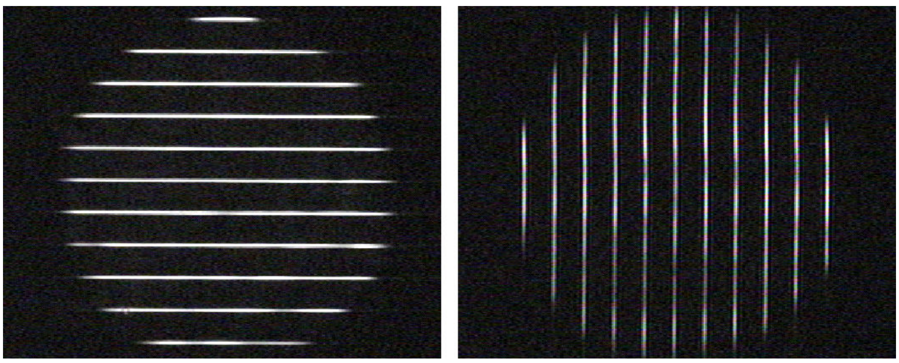
Obrázek 7: Ukázka aplikace, vytvořené pomocí GUI-MATLAB pro výpočet FT a filtrace

Obrázek 8: Vliv filtrace na výsledný obraz – dolní propust, původní obraz a horní propust.

Experiment



Obrázek 9: Mřížová předloha a její spektrum.



Obrázek 10: Směrová filtrace – horizontální a vertikální štěrbinou.

Cílem úlohy demonstrující Fourierovu optickou transformaci je dokázat, že spojná tenká čočka vytváří ve svém ohnisku Fourierův obraz dané předlohy. Je zřejmé, že toto tvrzení platí beze zbytku. V experimentu byly vytvořeny snímky spektra pro předlohu ve tvaru písmene E, toto spektrum odpovídá spektru vytvořenému simulací v programovém vybavení MATLAB. Abychom mohli pozorovat celé spektrum a nejenom střední nejjasnější část, je nutné snímek lehce přeexponovat, proto je mezi simulací a praktickým měřením patrný rozdíl. Další ukázkou z experimentu je směrová filtrace na mřížové předloze, která byla prováděna pomocí štěrbinového filtru vhodně natočeného tak, aby ve výsledném obraze vymizela vertikální nebo horizontální struktura. Je patrné, že spektrum bodů na vertikální ose se zobrazuje podél osy horizontální a naopak. Z výstupů simulace je zřejmé, že filtr typu dolní propusti rozmazává výsledný obraz, kdežto filtr typu horní propusti způsobuje dutost předmětu a zvýrazňuje jeho hrany.

4 Závěr

Byl vytvořen popis základních úloh z předmětu Obrazová fotonika, které využívají programového prostředí MATLAB a experimentálních simulací. Studenti se tak mohou v rámci našeho předmětu seznámit s vlastnostmi 2D Fourierovy transformace. Ve vytvořené aplikaci v programovém prostředí MATLAB si vyzkouší důležité operace nad obrazem ve fourierovském spektru a provedou simulaci realizace optické Fourierovy transformace pomocí spojné čočky. V experimentální části si tyto simulace ověří v praxi na reálném zobrazovacím systému.¨

Literatura

[1] Born M., Wolf E.: *Principles Of Optics*. 6.Edition. PERGAMON PRESS. London. 1993.

[2] Goodman J.W.: *Introduction to Fourier Optics*. 2. Edition. McGRAW-HILL. Boston. 1996.

[3] Schulman A.R.: *Optical Data Processing*. WILEY. New York. 1970.

Kontakty

Martin Řeřábek
rerabem@fel.cvut.cz
Petr Páta
pata@fel.cvut.cz